

标度不变性在火山喷发中的体现

曾植 20343003

中山大学物理学院, 广州南校园, 510275

摘要: 本文是神奇的火山公选课课程论文, 主要依据自己所学的幂律分布与标度不变性, 结合课上所学的火山相关知识, 做一个探究。我把火山爆发指数 VEI 作为火山喷发能量的表征, 寻找火山喷发能量与喷发频数的幂律关系, 分析得到标度不变性在火山中的体现。

关键词: 幂律分布; 标度不变性; 火山爆发指数; Gutenberg-Richter 定律;

1. 前言

中心极限定理告诉我们, 在复杂的多因素情况下, 只要个体相互独立, 集体效果就应该是正态分布。然而对于现实情况, 难以有理想的个体相互独立, 更多的是尖峰胖尾现象 (峰值更高, 底部更长), 这就是幂律分布。

幂律分布是概率密度函数服从幂函数的分布, 通式写作

$$f(x) = cx^{-a} \quad (1)$$

在双对数坐标下, 幂律分布表现为一条斜率为幂指数的负数的直线, 这一线性关系往往是判断一些实例中随机变量是否满足幂律的依据。比如人类语言中单词频率的分布、论文被引用次数的分布、月球上月坑直径的分布、太阳耀斑强度的分布等。

事实上, 给定大小的地震的数量就遵循这种简单的分布函数, 也就是众所周知的 Gutenberg-Richter 定律。它表明在给定区域和时间时, 震级和大于该震级地震总数的关系:

$$N = 10^{a-bM} \quad (2)$$

其中 M 为震级, N 是震级大于 M 的地震总数, a、b 是常数, (2)式可化为

$$\lg N = a - bM \quad (3)$$

而震级 M 与震源所释放的能量 E 关系为:

$$\lg E = 11.8 + 1.5M \quad (4)$$

联合(3)(4)式得

$$\lg N = c \lg E + d \quad (5)$$

c、d 为常数, (5)即幂律分布

$$N = DE^c \quad (6)$$

我们知道, 地震与火山常常是相互关联的 (更细节地说, 火山喷发伴随地震, 发生地震不一定伴随火山喷发), 因此我对火山喷发是否也遵循这样的一种幂律分布进行探究。

2. 火山喷发的幂律分布

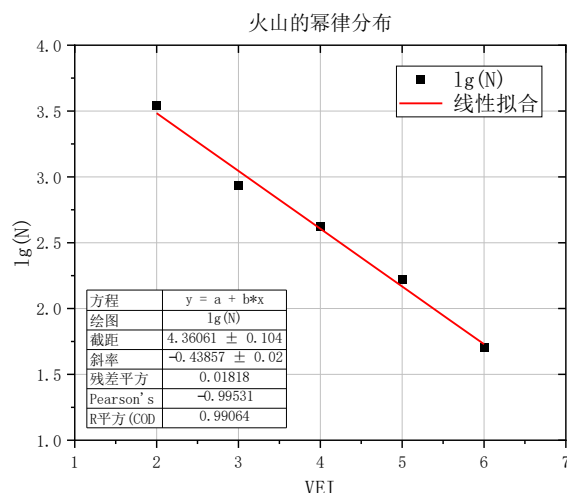


图 1 火山的幂律关系

火山的喷发强度习惯于用喷发物总质量与喷

发柱高度来衡量，通常称为火山爆发指数 VEI，其与火山喷发能量 E 的关系为

$$\lg E = 0.78 \times VEI + 21.02 \quad (7)$$

我以火山爆发指数作为横轴，以过去 10000 年内发生相应等级的火山爆发的次数¹的对数作为纵轴，作了线性拟合，如图 1。得到 $R^2=0.991$ ，线性程度非常好，拟合结果为

$$\lg N = -0.4386 \times VEI + 4.361 \quad (8)$$

综上，我们可以得知火山的喷发能量与喷发频数也遵循幂律分布。然而，火山的幂律分布与地震的幂律分布有所不同，地震纵轴数量是大于某震级的地震总数，而火山纵轴是某 VEI 的对应数量。

3. 火山的标度不变性

幂律分布具有两个性质：极端不均匀性和标度不变性。

极端不均匀性表示概率高的事件不反映平均行为，概率低于均值的事件占比很大。事实上，地球上的火山喷发基本都是 $VEI < 2$ 的情况，这也是幂律分布的一种体现。

标度不变性表示当自变量 x 比例缩放时，自变量的幂函数 $f(x) = x^a$ 本身会比例标度缩放，即 $f(\lambda x) = \lambda^a f(x)$ 。若复杂网络在某个尺度区间内具有标度不变性（这样的尺度区间称为无特征尺度），则在此尺度区间内任选复杂网络的一个局部，局部网络的形态、规律、功能均不与原网络有任何差异。

我们可以认为，火山喷发在 $VEI \in (0,8)$ 的范围内，都具有标度不变性，也即 $VEI \in (0,8)$ 是无

特征尺度区间。可以这样理解：对这个情况下不同火山爆发指数的火山总体，对应的高概率和低概率的结构关系是不变的。推广一下，就有在统计意义上预测具有末日级别的火山爆发的可能。

4. 结论

作者受 Gutenberg-Richter 定律启发，从幂律分布这种普适性的规律出发，对火山喷发能量与喷发频数作了数据分析，发现它们也遵循幂律分布。

由此，得到火山喷发是标度不变的， $VEI \in (0,8)$ 是无特征尺度区间。可以由此进一步在统计意义上预测具有末日级别的火山爆发的可能。

5. 致谢

在论文的结尾，感谢陈双双老师十二个星期以来的教导，中国的活火山记忆犹新。

要说有什么想说的话那大概就是提一嘴第十周周三满课、下午做实验做到 18:50 还没吃饭还没做核酸所以没去上课然后就被点了的那次吧，物理学人苦不堪言！

最后要说有什么想对老师说的那就是老师人美心善！

¹ from the Global Volcanism Program of the Smithsonian

National Museum of Natural History

参考文献

- [1] 董金龙, 胡修举, 邹常伟. 全球地震及火山的分布特征及其变化关系 [J]. 首都师范大学学报(自然科学版), 2015, 36(05): 87-90.
- [2] 傅承启. 火山能量的来源 [J]. 大自然探索, 2002, 09): 2.
- [3] 孙立影, 盘晓东, 朱大庆. 2020 年全球火山活动综述 [J]. 城市与减灾, 2021, 03): 22-8.
- [4] 孙明军. 神秘的火山 [J]. 中学地理教学参考, 2000, 11): 22-3.